

跟小学生谈谈学数学的事

致歉：视频中所引用的文本有一些笔误，请依这里的文本为准。

(1) 引言

小朋友，我要跟您说，也请您记住的第一话是：“数学是美的，数学是有趣的”。

那怎么学数学呢？下面三条规则，记住了，也许使您终生受益。

1. 粗粗一想，再慢慢计算

这是最基本的数学及相关学科的工作方法。“粗粗一想”，指的要求从具体题目出发，提出自己的判断，而不要死刻板板地只顾埋头计算。

2. 归纳法和演绎法是基本的思维方法

思维也是有规律的，而且也像任何真正的学科一样，只是由简单的几条控制着。

归纳法是由特殊，具体中提取一般的方法。这里提出观点，看法，概念最重要。演绎法则相反，是由一般规律，通过逻辑，特别是数学，解决特殊，具体的问题。说得更具体一点，就是“从普遍原理出发，把问题归结为一个纯粹的数学问题”。

实际工作时，总是要把这两种方法结合着使用。

3. 数学运算要求：正确，迅速，工整。

当今的数学还只有六种基本运算：加，减，乘，除，微分，积分。大家小学中所学的只加减乘除四种，和三种数：整数，小数和分数。

我们这里都假设大家已在课本中学会了这三种数的运算法则。我们只讨论课本中没有重点讲，但十分重要的思维方法，同时结合一个名为 Matlab 的数学软件来讲，以便大家从小习惯用计算机解决复什问题。

(2) Matlab 中的运算

>> 提示符. 在这里打入数学运算

+ 加号

- 减号

* 乘号

/ 除号

(...) 括号

例:

1. $298*396$

2. $78*82$

3. $98*98=98^2 =$

4. $1465.7*31.46$

5. $384.6*7268.7$

6. $847.17*0.034$

7. $847.8/0.028$

8. $1742.8/246.7$

9. $2416/31.43$

10. $1/2+1/3$

11. $1/3-1/9$

12. $(6\frac{2}{3}-3.75)/(4\frac{1}{6}+7.5)$

(对纯分数运算, 在 Matlab 中可用函数 `sym()`, 如 `sym(1/3)+sym(1/5) ----> 8/15`)

(3) 高斯的故事

德国大数学家高斯小时候就是用归纳法粗粗一想, 求出这样一个算术题: 求和 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

大多数小朋友只会一个一个地往后加, 而小高斯经过现察看到, $1+10=11$, $2+9=11$, \dots , $5+6=11$, 共 5 个 11, 所以答案是 55.

(4) 从高斯故事说开去

1. 求 $48+48+48+52 = 48*4+2=194$

2. $78-97+22+7 = 100 - 90 = 10$

3. $98*15 = (100-2)*15 = 1500-30 = 1470$

4. $98+137 = (98+2) + (137-2) = 100+135 = 235$

5. $12.5*0.75*0.4*8*25 = 100*0.75*10 = 750$

(5) 估算计算结果

1. 方幂和单位

单位	个	十	百	千	万	十万	百万 =兆	分	厘	毫	微
方幂	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}
值	1	10	100	1000	10000	100000	1000000	1/10	1/100	1/1000	1/1000000
符号				k			M		c	m	μ

- 对于很大或很小的数用方幂指数表示很方便，运算也方便：

$$100=10^2 \quad 1000=10^3 \quad 10000=10^4 \quad 100000=10^5 \quad \dots$$

$$1/10=10^{-1} \quad 1/100=10^{-2} \quad 1/1000=10^{-3} \quad \dots$$

$$102 \times 103 = 10^5 \quad 10^5 / 10^2 = 10^3 \quad 10^{-2} \times 10^5 = 10^3$$

即同底相乘指数相加，相除指数相减。

- 中名英文名的意义都很明确，如

毫，即千分之一，所以毫米=1/1000米，毫克=1/1000克

毫升=1/1000升

微，百万分之一，所以微米=百万分之一米，

k，一千，所以 km=1000m，kg=1000g

M，百万(兆)，所以 MB=1兆字节， $1M\Omega=1兆欧姆$

2. 粗略估计

计算中常常结果相差万千，如果学会用方幂粗略估计，十分有用。

估计的方法是把小数点放在第一位数的后面，再用方幂指数定位，如

$$567.1=5.671*10^2 \quad 12.4=1.24*10^1 \quad 0.034=3.4*10^{-2}$$

例:

$$1465.7*31.46=1.4657*10^3*3.146*10 \approx 4.5*10^4$$

$$\frac{2416}{31.43} = \frac{2.416 \times 10^3}{3.143 \times 10} \approx 0.8 \times 10^2 = 80$$

$$398*49 \approx 400*50 = 20000$$

$$384.6 \times 7268.7 = (3.846 \times 10^2) \times (7.2687 \times 10^3) \approx 28 \times 10^5 = 2.8 \times 10^6$$

$$847.17 \times 0.034 = (8.4717 \times 10^2) \times (3.4 \times 10^{-2}) \approx 29$$

$$\frac{847.9}{0.028} = \frac{8.479 \times 10^2}{2.8 \times 10^{-2}} \approx 3 \times 10^4$$

$$\frac{1742.8}{246.7} = \frac{1.7428 \times 10^3}{2.467 \times 10^2} \approx 0.7 \times 10 = 7$$

上述计算如果不先粗略估计，只埋头计算，结果可能差之万里。把小数点放在第一位数的后面，是因为我们对一位数的运算是可以口算的。

(6) 用代数公式帮助做算术运算

使用某些代数公式，可以使算术运算变得简单。原则上，若无特殊限定，下列公式中的字母可用任何算术中的数代入(这便是所谓代数。爱因斯坦叔叔曾告诉他，代数就是那些懒人想出来的懒方法。)

$$(a+b) c=ac+bc$$

$$(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

代数中，凡 ab 代表 a 乘 b ， $a^2=a*a$

例：

$$68 \times 72 = (70 - 2) \times (70 + 2) = 70^2 - 2^2 = 4900 - 4 = 4896$$

$$198^2 = (200 - 2)^2 = 200^2 - 2 \times 200 \times 2 + 2^2 = 40000 - 800 + 4 = 39204$$

$$398 \times 189 = (400 - 2) \times (200 - 11) = 80000 - 400 - 4400 + 22 = 75222$$

注意：正*正=正，负*负=正，负*正=负

(7) 一元一次代数方程和一次函数

居高可以临下，学习上没有必要在一个地方深挖井，而看不到更广的景处，如果我们站在代数方程的高度，来解小学的应用题，就何必再去绞尽脑汁呢。同样，只要再稍微加一点浅浅的微积分，不是可以轻松地解决很多中学的数学物理问题吗，从而也让孩子看到了数学之美。再加一点矢量运算，那很多中学的平面立体几何不就迎刃而解了吗？

小朋友，只要学得稍为广一点，我们的学习会轻松愉快得多。

1. 代数方程 $ax+b=0$

在 $ax+b=0$ 中，习惯上 abc 代表已知数， xyz 代表未知数。如 $2x+3=0$ ， $x-3=7$ ， $6x+9=0$ 等，要求 x 应等于多少，称解方程。

规则：一个等式的两边同加，同减，同乘或同除一个不为零的数，等式不变。

依此规则，可得到一个移项方法：一个数以等式一边移到另一边时，加变减，减变加，乘变除，除变乘。如

$$16+x=20 \rightarrow x=20-16$$

$$x-3=7 \rightarrow x=7+3$$

$$3x=10 \rightarrow x=10/3$$

$$x/5=3 \rightarrow x=3*5$$

$$6x+2=9 \rightarrow x=\frac{9-2}{6}$$

小学的算术应用题大多只是一个一元一次代数方程，没有必要故弄虚玄，搞烦琐哲学，分成七荤八素种类型。其实只有一个解法，设求解的某数为 x ，列出方程和解方程即可。相信小朋友接受这个方法比那些烦琐分类求解要容易掌握得多，思维要经济得多，感到美得多。

这里就是演绎法所说，从普遍原理出发，把问题归为一个纯粹的数学问题。

在 Matlab 中用函数 `solve('a*x+b=0')` 即解出 x 。

例：

例 1. 长毛兔子芦花鸡，鸡兔圈在一笼里。数数头有三十五，脚数共有九十四。请你仔细算一算，多少兔子多少鸡？

解: 设兔子有 x 头, 则有

$$4x + 2(35 - x) = 94$$

(Matlab: solve('4*x+2*(35-x)=94'))

得 $x = 12$, 所以鸡有 $35 - 12 = 23$ 头

例 2: 南京到上海的水路长 392 千米, 同时从两港各开出一艘轮船相对而行, 从南京开出的船每小时行 28 千米, 从上海开出的船每小时行 21 千米, 经过几小时两船相遇?

解: 设 x 小时后相遇, 则有

$$28x + 21x = 392 \quad (\text{Matlab: solve('28*x+21*x=392')})$$

得 $x = 8$ (小时)

例 3: 爸爸比儿子大 27 岁, 今年, 爸爸的年龄是儿子年龄的 4 倍, 求父子二人今年各是多少岁?

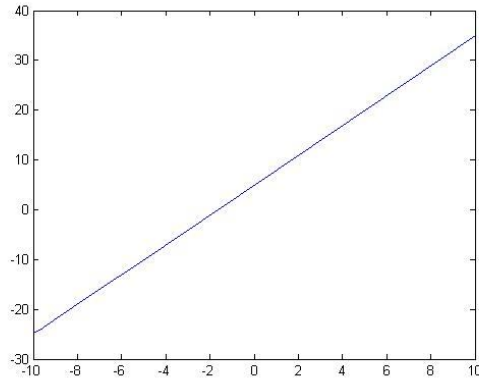
解: 设当爸的年龄为 x , 则

$$x = 4(x - 27) \quad (\text{Matlab: solve('x=4*(x-27)')})$$

得 $x = 36$ (岁), 儿子是 $36 - 27 = 9$ (岁)

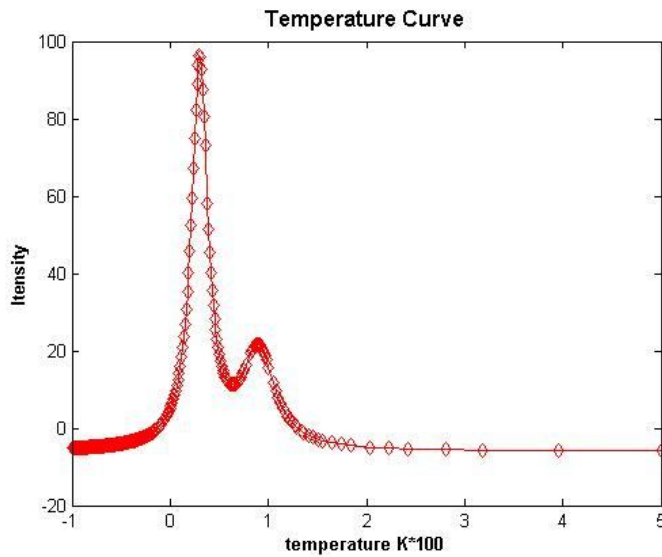
2. 一次函数 $y = ax + b$

跟一次方程密切相关的是一次函数. 它反映了当 x 变化时, y 跟着变化. 这种变化还可以用坐标系中的一系直线反映出来.



如, $y=3x+5$

在 Matlab 中可用函数 `plot(x,y)` 把一组 x 值和对应的 y 值绘成曲线. 在实际工作中有大量使用. 如



小朋友, 您看这样学数学是不是感到数学是美的, 是有趣的? 在您成长中, 今后工作要尽量多用数学, 多用 Matlab 这个计算机工具.